

Володимир Давидович Розуменко,
академік Української академії наук, д-р мед. наук, професор,
ORCID 0000-0002-8774-6942
e-mail: rozumenko.neuro@gmail.com;

Віталій Ігорович Островерхий,
канд. екон. наук,
ORCID 0000-0003-3985-5236
e-mail: v.ostrovetsky@gmail.com

ДУ «Інститут нейрохірургії імені академіка А.П. Ромоданова Національної академії медичних наук України»

ФОРМАЛІЗАЦІЯ ТА КІЛЬКІСНЕ ВИМІРЮВАННЯ СИНЕРГІЇ ЯК ПРОЦЕСУ І РЕЗУЛЬТАТУ: МЕТОДОЛОГІЧНИЙ ПІДХІД ТА ІНСТРУМЕНТАЛЬНІ РІШЕННЯ

Вступ. У сучасних міждисциплінарних дослідженнях синергія розглядається крізь призму системного підходу, інформатики, біології, економіки та соціальних наук. Такий широкий огляд дозволяє перетворювати теоретичні моделі на прикладні інструменти, що спроможні створювати керовані системи, де синергійний ефект можна цілеспрямовано проектувати, генерувати, оптимізувати та відтворювати. Оскільки синергія є водночас процесом і результатом, для її ефективного вимірювання та управління необхідна цілісна формалізація. Нині відсутність узгодженої функціональної моделі оцінки та управління синергією ускладнює порівняння результатів, знижує точність вимірювань і обмежує якість аналітичних рішень у різних галузях. Запровадження математичної моделі, що поєднує кількісні й якісні метрики з методами атрибуції ефектів (зокрема, Shapley та Partial Information Decomposition), створює підґрунтя для більш точного вимірювання синергії та її інтеграції у системи управління ресурсами.

Проблема дослідження. Відсутність єдиної та функціональної формалізації синергії, яка б враховувала її подвійний характер як процесу та результату, ускладнює кількісне вимірювання, порівняння та управління синергійними ефектами в складних системах. Це знижує ефективність існуючих методів аналізу та прийняття рішень у різних сферах застосування.

Гіпотеза дослідження. Формалізація синергії у вигляді функціональної математичної моделі, що поєднує кількісні та якісні метрики, а також інтеграція методів оцифрування та атрибуції ефектів (зокрема, за допомогою Shapley та PID) дозволить підвищити точність вимірювання синергії та зробить її керованою в рамках систем управління ресурсами, що сприятиме прийняттю більш обґрунтованих управлінських рішень.

Об'єкт дослідження. Процеси формування, вимірювання та управління синергійними ефектами в складних системах.

Предмет дослідження. Методи формалізації синергії як одночасного процесу і результату, її функціональна математична модель, а також інструменти цифрової оцінки та управління.

Мета дослідження. Розробити теоретично обґрунтовану та практично застосовну функціональну модель оцінки синергії, яка забезпечує її оцифрування, кількісне вимірювання та можливість керованого

впливу, а також створити концептуальну архітектуру інструменту для ефективного управління синергією в складних системах.

Виклад основного матеріалу. Синергія є багатовимірним явищем, що одночасно охоплює процес взаємодії елементів системи та його кінцевий результат. Така подвійна природа дозволяє формалізувати синергію у вигляді математичної функції, що описує динаміку взаємодії, кількісно оцінити її за певними метриками та візуалізувати для прийняття управлінських рішень. У сучасних дослідженнях, економіка [10], нейронауки [42], фармакологія [26] зокрема, синергія дедалі більше розглядається як керований параметр, який можна оптимізувати для досягнення максимального позитивного ефекту.

Це надає підстави розглядати синергію як феномен, що одночасно виступає процесом та результатом взаємодії елементів складних систем. Таким чином, відкривається можливість формалізувати її у вигляді функціональної залежності, перевести в цифрову форму, оцінити за набором релевантних метрик та зробити об'єктом цілеспрямованого управління.

Синергія, як міждисциплінарне явище, виявляє суттєві концептуальні й методологічні відмінності залежно від предметної області, що обумовлено специфікою системних взаємодій і цілей дослідження.

У теорії складних систем та фізиці синергія інтерпретується як прояв макроскопічного порядку, що виникає з нелінійних мікровзаємодій, реалізуючи принципи самоорганізації та надсумарних властивостей.

У біології та медицині основним механізмом є комплементарність біологічних шляхів і кооперація клітин, що проявляються через системний аналіз мережевих структур і експериментальні мультиомні дослідження.

Фармакологія застосовує концепт синергії для опису потенціювання терапевтичних ефектів при комбінованому лікуванні, що оцінюється через дозо-реактивні моделі та клінічні випробування.

В економіці та стратегічному менеджменті синергія відображає додану вартість інтеграції ресурсів і знань, що перевищує сумарний внесок окремих компонентів, що вимірюється за допомогою панельних економетричних моделей і аналізу результатів злиття та поглинань.

У соціальних науках синергійні ефекти проявляються у покращенні колективної продуктивності



через координацію ролей та знань, що досліджується з використанням мережевого аналізу та кейс-досліджень.

Технологічні дослідження фокусуються на конвергенції міждисциплінарних компетенцій і створенні інноваційних продуктів, які часто виявляються як ефекти інтеграції.

В екології синергія забезпечує стійкість і підвищену продуктивність екосистем завдяки нішовій компліментарності та взаємо-допоміжним зв'язкам, що підкріплюється польовими експериментами та моделюванням потоків речовин. В інженерних системах і енергетиці синергічний ефект полягає у підвищенні надійності і ефективності шляхом інтеграції підсистем, що підтверджується системним моделюванням і оптимізацією.

Поведінкова економіка та психологія розглядають синергію як позитивний вплив соціальних взаємодій на мотивацію та колективні рішення. У політиці та регіональному розвитку синергія виникає через комплементарність інфраструктурних, людських і інституційних капіталів, що стимулює мультиплікативний ефект економічного зростання.

Таким чином, багатогранність трактувань синергії обумовлює необхідність адаптації методологічних інструментів до контексту кожної дисципліни, враховуючи специфіку механізмів і метрик, що забезпечують емпіричне вимірювання та ефективне управління синергічними процесами в різних сферах науки і практики. Міждисциплінарні трактування феномену синергії, зокрема, механізми, методи вимірювання та приклади, представлені в таблиці 1.

Таблиця 1. Міждисциплінарні трактування феномену синергії: механізми, методи вимірювання та приклади

Дисципліна	Трактування синергії	Ключовий механізм(и)	Методи вимірювання / емпіричні інструменти	Приклади (ілюстративно)
Фізика / теорія складних систем	Виникнення макроскопічного порядку з мікроевзаємодій; самоорганізація, виникнення порядку із хаосу, надсумарні властивості системи[13]	Нелінійність, біфуркації, самоорганізація	Математичні моделі, синергетика, спектральний аналіз, симуляції	Формування колективних режимів у лазерах; синхронізація осциляторів
Біологія / медицина	Комбінована дія біологічних систем, що дає ефект більший за суму окремих компонентів[19]	Комплементарність шляхів, регуляторні мережі, кооперація клітин	Системна біологія (мережевий аналіз), експерименти in vitro/in vivo, мультиомні дані	Взаємодія білків у сигнальних шляхах; синергія імунних компонентів
Фармакологія	Підсилення терапевтичного ефекту при комбінованому застосуванні ліків[5]	Доповнювальна дія на цільові шляхи, потенціювання	Дозо-реактивні криві, індекси взаємодії (CI, isobologram), клінічні дослідження	Комбінації протираккових препаратів; антиретровірусна терапія
Економіка / стратегічний менеджмент	Додана вартість від інтеграції ресурсів, що перевищує суму окремих частин[12]	Комплементарність факторів, масштаби, об'єднання знань	Евент-стаді (M&A), панельні/регіональні економетричні моделі, індикатори рентабельності	Синергії при злиттях/альянсах; вертикальна інтеграція ланцюга постачання
Організаційна / соціальна наука	Покращення колективної продуктивності через координацію ролей і знань[28]	Розподіл ролей, соціальні норми, кооперація	Полеві експерименти, кейс-дослідження, опитування, мережевий аналіз	Команди R&D, мультидисциплінарні робочі групи
Технологічні / інноваційні дослідження	Конвергенція технологій і знань, що породжує нові продукти чи процеси[32]	Комбінація компетенцій, міждисциплінарні платформи	Патентний аналіз, кейс інновацій, мережі співавторства, технологічні картки	Поєднання біотехнологій і IT → біодатчики; IoT + AI у виробництві
Екологія / екосистеми	Взаємодія видів або процесів, що підвищує стійкість і продуктивність екосистеми[21]	Нішова комплементарність, взаємні допоміжні зв'язки	Полеві екологічні експерименти, моделі потоків речовин, індекси біорізноманіття	Полікультурні посіви, симбіоз ґрунтових мікроорганізмів
Інженерія систем / енергетика	Інтеграція підсистем для підвищення надійності і ефективності[3]	Резервування, баланс навантаження, комплементарні технології	Системна інженерія, моделювання надійності, оптимізація	Гібридні енергосистеми (ВЕС + сонячні + акумулятори)
Поведінкова економіка / психологія	Позитивний вплив групової динаміки на рішення, мотивацію і продуктивність[6]	Соціальні впливи, підкріплення, синхронізація поведінки	Лабораторні та польові експерименти, аналіз взаємодій, опитування	Командні рішення у проблемно-орієнтованих завданнях
Політика / регіональний розвиток	Кумулятивний ефект політик і інвестицій, що дає мультиплікатор економічного зростання[33]	Комплементарність інфраструктури, людського капіталу й інституцій	Економетричні мультиплікатори, квазівипадкові дизайн-оцінки, інтервенційні дослідження	Кластери інфраструктури + освіти → регіональний розвиток

Джерело: складено авторами за[3, 5, 6, 12, 13, 19, 21, 28, 32, 33]

Синергія може бути описана двома взаємопов'язаними рівнями: (1) **процес** — динаміка взаємодії компонентів системи, що призводить до координації/компенсації/посилення; (2) **результат** — кількісне перевищення сумарного ефекту над сумою ефектів окремих частин (*the whole > sum of parts*). Ця подвійність дозволяє визначити синергію як функцію часу та стану системи і, відповідно, вивести метрики для її кількісної оцінки й оптимізації [7].

Формалізація: синергія як функція. Синергію можна представити у функціональній формі, що, у загальному вигляді, дозволяє охопити багато контекстів (організації, M&A, медичні комбіновані впливи, біологічні системи):

$$S(t) = \Phi(X(t), C, \theta) \quad (1)$$

де $X(t)$ — вхідні компоненти системи у часі t , C — зовнішній контекст, θ — параметри моделі. Додатково функції f, g, h можуть моделювати взаємодію, нормалізацію та масштабування.

$$S(t) = \Phi(X(t), C, \theta) = g(f(X_1(t), \dots, X_n(t); \theta_f), h(C; \theta_h)) \quad (2)$$

де, $\theta = \{\theta_f, \theta_h\}$ — параметри моделі; $f(\cdot)$ — агрегуюча функція (може бути нелінійною), що дає очікуваний комбінований ефект; $g(\cdot), h(\cdot)$ — функції, що включають нормалізацію, зважування та перетворення у метрику синергії $S(t)$.

У такій функціональній формі $S(t)$ відображає потенціал / реалізовану вигоду від взаємодії у момент часу (t); якщо $S(t) > 0$ (за вибраною шкалою) — синергетичний ефект позитивний; $S(t) < 0$ — антагонізм.

Ця структура дозволяє підключати різні конкретні метрики (інформаційно-теоретичні, ігрово-теоретичні, регресійні) як конкретні варіанти f, g, h . [41]

Вибір метрик для кількісної оцінки синергії має здійснюватися на основі системного аналізу, що враховує:

Тип взаємодій: лінійні чи нелінійні, прості двовимірні чи складні багатовимірні.

Контекст застосування: економічні системи, біологічні процеси, політичні взаємодії тощо.

Вимоги до інтерпретованості: від максимальної інтуїтивних моделей для прикладного використання до складних формалізацій для наукового аналізу.

Обчислювальна складність: баланс між точністю оцінки та доступністю розрахунків у реальному часі.

Для дослідження складних, високовзаємопов'язаних систем доцільно застосовувати комбінований підхід, який об'єднує декілька метрик. Така інтеграція дозволяє одночасно отримати глибоке розуміння механізмів взаємодії та підібрати релевантний інструментарій для практичного управління синергічними ефектами. Таким чином, оптимальна метрика для оцінки синергетичних ефектів має визначатися природою системи, характеристиками взаємодії між її компонентами, масштабами дослідження та цільовими завданнями аналізу. У таблиці 2 наведено шість ключових підходів до вибору мір із науковим обґрунтуванням їх застосування, що охоплюють як класичні, так і новітні методи вимірювання синергії.

Таблиця 2. Основні види метрик для оцінки синергії: набір опцій (пояснення + приклади застосування)

Міри	Обґрунтування: (пояснення + приклади застосування)
1	2
Ігрово-теоретична атрибуція (Shapley-based)	Міри Shapley value ґрунтуються на характеристичній функції коаліцій $v(S)$, що дозволяє справедливо розподілити загальний ефект між учасниками кооперації. Цей підхід особливо корисний для аналізу систем із чітко вираженими агентами (корпоративні союзи, R&D кооперації), де важливо ідентифікувати внесок кожного елемента для розподілу вигід і прийняття управлінських рішень. Shapley value має формальні властивості справедливості, симетрії та адитивності, що робить її універсальною для коаліційних ігор. Формалізація виходить із характеристичної функції $v(S)$ для коаліцій S [30].
Інформаційно-теоретичні метрики (PID, O-information, union information)	Ці міри розкладають сукупну інформацію системи на унікальні, редундантні (надлишкові) та синергетичні (спільні) компоненти. Вони особливо корисні для складних, зокрема нелінійних взаємодій у великих мережах (біологічні системи, соціальні мережі), де традиційні лінійні моделі не дають повного уявлення про структуру залежностей. Новітні підходи, такі як synergy-first decompositions, пропонують масштабовані інструменти для аналізу високопорядкових залежностей, що робить їх ключовими для систем зі складною топологією[42].
Синергетичні індекси в епідеміології та епідеміологічна «synergy index» (Rothman)	Індекс вимірює взаємодію двох факторів ризику в адитивній шкалі і використовується для оцінки їх спільного впливу на результат. Його застосовність охоплює аналіз політичних, соціальних і ринкових систем, де потрібно оцінити ступінь перекриття ефектів. Простота інтерпретації та перевіреність в практичних задачах роблять цей інструмент ефективним у випадках двовимірних взаємодій. Міра для оцінки взаємодії двох факторів щодо ризику (additive interaction), придатна до аналізу ступінь взаємного впливу у політиці/ринках[14, 35].
Фармакологічні та дозові формалізації (MuSyC, Loewe та Bliss моделі)	Ці моделі формалізують синергію у термінах синергії у термінах ефективності (efficacy) та потужності (potency), що є критично важливим у комбінаторній фармакології. Вони дозволяють розділити різні компоненти синергії та знизити статистичні упередження при оцінці комбінованих ефектів. Такий підхід є прикладом точного механістичного вимірювання, що може бути адаптований і для інших галузей з кількісними дози-залежними ефектами. Міри дозволяють підтверджувати, що коректно побудована модель зменшує упередження у вимірюванні синергії [47].
Регресійні моделі та моделі взаємодії	Класичні множинні регресії з додаванням термінів взаємодії $X_i * X_j$ забезпечують просту та зрозумілу інтерпретацію синергічного внеску як перевищення фактичного ефекту над сумою окремих. Підходить для соціо-економічних та проектних даних. Однак, цей підхід чутливий до неправильної специфікації моделі, що вимагає ретельної перевірки припущень[2].

1	2
Індекс синергії інновацій та агреговані індекси (composite synergy index)	Вагові агрегати кількох вимірів (взаємодія, довіра, частота комунікацій, спільні проекти) дозволяють створювати комплексні метрики для практичного управління інноваційними системами та політиками. Інструмент забезпечує інтегративний погляд на синергію, що є особливо корисним для стратегічного аналізу і прийняття рішень на рівні організацій або регіонів. Цей інструмент вважається практичним для застосування у політичному та управлінському контексті [29].

Джерело: складено авторами за [2, 14, 29, 30, 35, 42, 47].

Використання комплексних систем візуалізацій, адаптованих під специфіку синергійних процесів дозволяє ефективно інтерпретувати складні взаємодії, підтримувати прийняття рішень та комунікацію між зацікавленими сторонами. Візуалізація вважається ключовим елементом у розумінні, інтерпретації та управлінні складними синергетичними процесами. Тому, вибір відповідного графічного представлення має залежати від природи даних, характеру взаємодій та аналітичних завдань.

Лінійні графіки часового ряду з інтервалами невизначеності (Таймсері $S(t)$) дають безпосереднє уявлення про динаміку синергії в часі, що є критично важливим для виявлення трендів, циклів та реакцій на зовнішні події [4]. Інтервали невизначеності (confidence intervals) підвищують довіру до інтерпретації, демонструючи статистичну значущість змін [11].

Ефективно відображають інтенсивність парних взаємодій між компонентами системи теплові карти (Heatmap матриці взаємодій (iCj)). Вони є інтуїтивно зрозумілими і дозволяють швидко ідентифікувати сильні синергії або антагонізми[45]. Це особливо корисно у великих мережах для скрінінгу важливих взаємозв'язків.

Графи зв'язаних мереж (Network graph з вагами (edge weights = коефіцієнти синергії)) дозволяють візуалізувати структуру взаємодій, виявляти кластери та центральні вузли, які можуть відігравати роль «синергетичних хабів». Поєднання з ігрово-теоретичними атрибуціями (наприклад, Shapley value) допомагає розподілити впливи в мережі [27].

Для двовимірних параметричних моделей (наприклад, порівняння інвестицій А і В) поверхневі та контурні графіки демонструють області позитивної чи негативної синергії. Вони дають візуальне уявлення про просторову структуру взаємодії, що є корисним для оптимізації ресурсів [24, 44].

Діаграми типу Sankey ілюструють потоки ресурсів та економічних вигод між підрозділами системи після реалізації синергії. Цей тип візуалізації особливо цінний у контексті злиттів і поглинань (M&A), де важливо відстежувати розподіл економічних вигод [9, 37].

Архітектура інструмента для керування синергією (продуктова пропозиція). Формалізація синергії у вигляді функції та її кількісна оцінка створюють новий рівень управлінських інструментів, які дозволяють оптимізувати взаємодію компонентів системи для досягнення максимального позитивного ефекту.

Інструмент складається з п'яти взаємопов'язаних шарів: 1) Вхідні дані, 2) Шар моделі для обчислення $S(t)$ (показник синергії), 3) Механізм прийняття рішень та оптимізатор, 4) Дашборд / візуалізація, 5) Контур керування (M→A). Паралельно працює модуль 6)Управління та пояснювальність, що забезпечує інтерпретованість, перевірку чутливості та відповідність вимогам приватності. (див. рис. 1).

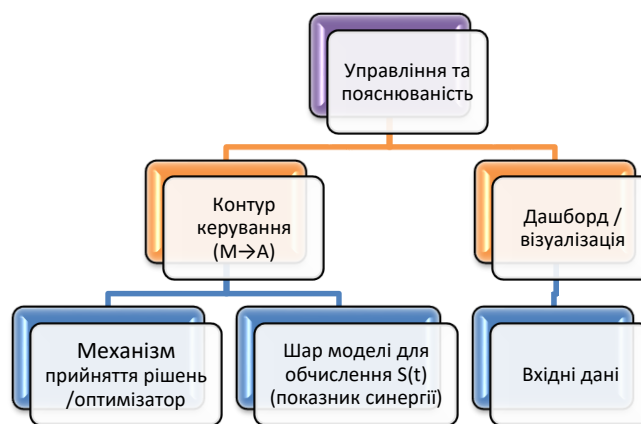


Рис. 1. Концептуальна архітектура багаторівневої системи оцінки та аналізу синергії

Джерело: розроблено авторами

В блоці «Вхідні дані» реалізується побудова надійної часово-серійної бази $X_i(t)$, KPI та контекстних змінних S , з урахуванням екзогенних шоків, сезонності та надзвичайних подій. Джерела включають ERP та CRM-системи, A/B-платформи, експерименти, опитування та трекінгові журнали. Важливими є точна синхронізація часових міток, уніфікація Δt , створення ознак (лаги, ковзні середні, індикатори подій), а також маркування експериментальних періодів. Практики версіонування та збереження «raw» і «processed» наборів даних підвищують відтворюваність та аудит[38].

«Шар моделі для обчислення $S(t)$ (показник синергії)» забезпечує кількісну оцінку синергії та її компонентів. Можна використовувати регресійні моделі з interaction-термінами, SHAP та Shapley-методи для атрибуції[23], PID/O-information для високопорядкових залежностей[46], а також домен-специфічні моделі MuSyC для дозо-інтенсивнісних ефектів[25]. Гібридні підходи дозволяють поєднувати регресію, ансамблі дерев та нейронні мережі.

«Механізм прийняття рішень /оптимізатор» містить алгоритми та пропонує інтервенції, що максимізують $S(t)$ або KPI з урахуванням заданих обмежень. Залежно від властивостей моделі, використовуються градієнтні оптимізатори, стохастичні алгоритми[17] або RL-методи (у складних динамічних середовищах) [40]. Передбачено врахування ризиків через CVaR та багаточільову оптимізацію.

«Дашборд / візуалізація» відображає динаміку $S(t)$, KPI, матриці взаємодій, мережеві діаграми та сценарні симуляції. Важлива інтерактивність, підтримка what-if аналізу та overlay невизначеності[15].

«Контур керування (M→A)»реалізує цикл «вимірювання → аналіз → інтервенція → перевірка» з A/B та мультіваріативними експериментами, online learning, shadow testing і CI/CD-пайплайном для моделей [20].

«Управління та пояснюваність» забезпечує прозорість атрибуцій (SHAP, PID/O-information), чутливий аналіз, приватність даних та аудит відтворюваності [8].

Приклад робочого процесу (конкретні кроки). В умовах зростаючої складності управлінських систем та необхідності забезпечення максимально-ефективного використання ресурсів, стає критично важливим вивчення синергійних ефектів між різними факторами впливу. Для цього пропонується послідовний підхід, що передбачає визначення цілей дослідження через ключові показники ефективності (KPI) та встановлення шкали вимірювання синергії, яка охоплює економічні вигоди та якісні індикатори. На наступному етапі здійснюється збір даних про вхідні фактори $X_i(t)$ та контекстуальні змінні $C(t)$, що відображають зовнішні умови і шоки.

Далі формується базова модель, що прогнозує очікуваний сумарний ефект без врахування взаємодій, яка порівнюється з моделлю з урахуванням взаємодій для кількісної оцінки синергії $S_{(t)}$ як різниці між відповідними прогнозами або за допомогою специфічної декомпозиції. Застосування методів атрибуції, таких як Shapley або часткова інформаційна декомпозиція (PID), дозволяє ідентифікувати ключові «точки важливості», або комбінації факторів із найбільшим синергійним внеском. Завершальним кроком є проведення експериментальних інтервенцій на основі виявлених успішних кандидатів, вимірювання зміни синергійного ефекту та адаптація політик розподілу ресурсів відповідно до отриманих емпіричних результатів.



Рис. 2. Основні етапи оцінки синергії

Примітка: Кожна стрілка — повторюваний цикл (monitor → update). На етапі (2) збирають і часові серії $X_i(t)$ та контекстні змінні $C(t)$ (шоки, сезонність, події). На етапі (3–4) використовують однакову метрику (наприклад, сумарна економічна вигода або KPI в одних і тих же одиницях), з тим, щоб різниця була інтерпретованою

Джерело: розроблено авторами

(1) Встановлення цільових орієнтирів (KPI) та шкали виміру синергії. Відсутність чітко визначеної шкали виміру ключових показників ефективності (KPI) зумовлює низьку прикладну цінність результатів декомпозиційного аналізу та інтервенцій для формування й реалізації політик прийняття рішень. Застосування експериментальних підходів, зокрема рандомізованих контрольованих випробувань (Randomized Controlled Trials, RCT) або коректно побудованих обсерваційних досліджень вимагає попередньої ідентифікації цілей вимірювання, що забезпечує валідність отриманих висновків та їхню релевантність у контексті досліджуваних управлінських завдань

Тому, чітке визначення ключових показників ефективності (KPI), як у кількісному вимірі (наприклад, приріст прибутку U_t у національній валюті), так і в якісному вимірі (наприклад, підвищення рівня задоволеності клієнтів на N балів), є необхідною пере-

думовою забезпечення вимірюваності та порівнянності синергійного ефекту між альтернативними сценаріями. Встановлення єдиної одиниці виміру синергії (грошовий еквівалент, відсоткове відображення чи нормований індекс) та визначення часових меж оцінювання (t — коротко-, середньо- або довгостроковий період) створює умови для коректного аналізу та інтерпретації результатів у динаміці.

(2) Збір даних по $X_i(t)$ та контексту C . Коректна атрибуція ефектів взаємодій передбачає наявність повних та узгоджених даних, оскільки відсутність контролю за контекстними змінними $C(t)$ може призвести до змішування оцінок синергії з впливом зовнішніх шоків. Застосування процедур попередньої обробки даних (*pre-processing*) у межах експериментальних та причинно-орієнтованих досліджень є необхідною умовою забезпечення валідності результатів та достовірності інтерпретацій.

Збір даних передбачає формування часових рядів вхідних факторів $X_1(t), X_2(t), \dots, X_n(t)$, що відображають результати функціонування окремих програм, інструментів чи модулів, а також контекстних змінних $S(t)$, зокрема сезонних коливань, макроекономічних шоків та подій, що впливають на досліджувані процеси. При цьому, забезпечення аналітичної придатності інформаційної бази вимагає здійснення процедур підвищення якості даних, включно з їх імпутацією у разі пропусків, обробкою викидів (*outlier handling*), підтриманням версійності та синхронізацією часових міток.

(3) Побудова базової моделі очікуваного сумарного ефекту без взаємодій. Цей етап передбачає побудову моделі, що агрегує індивідуальні ефекти $X_i(t)$ без урахування взаємодій, наприклад, у формі адитивної регресії або прогнозу моделі виду $\hat{Y}_{base}(t) = \sum f_i(X_i(t))$, із чітким зазначенням функціональних залежностей $f_i(\cdot)$. Така модель відображає очікуваний сумарний ефект за умов відсутності синергічних взаємодій між факторами. Побудована модель стає референсною лінією (контрфактичним сценарієм «*no-interaction*») для ідентифікації додаткового ефекту, зумовленого наявністю взаємодій між факторами. Порівняння результатів моделі, що не враховує взаємодій, із моделлю, яка їх включає, дає можливість визначити величину синергії $S(t)$. Такий підхід відповідає практиці контрфактичного порівняння, що є поширеним у причинно-орієнтованих дослідженнях.

(4) Побудова моделі із взаємодіями → оцінка $S(t)$. Визначення синергії як додаткового (понад адитивного) ефекту корелює з концепцією «взаємної інформації» в інформаційній теорії, де розрізняють синергію та редундантність. Такий підхід забезпечує операційне трактування синергії, яке підлягає емпіричному вимірюванню[46]. На цьому етапі доцільно побудувати модель, що враховує крос-ефекти, поліноміальні члени, факторні взаємодії або гнучкі підходи моделювання, зокрема методи *gradient boosting* чи штучні нейронні мережі з подальшою інтерпретацією результатів[23]. Отриманий прогноз $\hat{Y}_{inter}(t)$ використовується для обчислення синергії за формулою:

$$S(t) = \hat{Y}_{inter}(t) - \hat{Y}_{base}(t) \quad (3),$$

або шляхом специфічної декомпозиції, наприклад, визначення частки взаємодій у загальному ефекті моделі[1].

Різниця $\hat{Y}_{inter}(t) - \hat{Y}_{base}(t)$ інтерпретується як оцінка додаткового ефекту, зумовленого наявністю взаємодій між предикторами, за умови, що $\hat{Y}_{base}(t)$ відображає очікуваний результат без взаємодій, а $\hat{Y}_{inter}(t)$ — прогноз моделі, яка їх враховує. Така величина є операційним показником синергії в контрфактичному порівнянні. Такий підхід дає можливість кількісно оцінити внесок синергічних ефектів у загальний результат.

(5) Застосування Shapley або PID для атрибуції і виявлення «точок важливості». Для кожного моменту часу t (або заданого часового інтервалу) доцільно обчислити значення внесків за методом Shapley для функції $S(t)$ або застосувати декомпозицію часткової інформації (*Partial Information Decomposition, PID*) до відображення ($X_{set} \rightarrow Y$). На основі отриманих результатів ідентифікуються «точки важливості», тобто пари чи тріади змінних, що демонструють максимальні позитивні значення Shapley-синергії або PID-

синергії, що вказує на їхній домінуючий внесок у формування синергічного ефекту.

Метод Shapley з теорії ігор та його практична реалізація у вигляді методів SHAP забезпечують справедливу атрибуцію сумарного ефекту між факторами, задовольняючи ключові аксіоми: симетрії, ефективності та нульового внеску. Використання SHAP-значень або Shapley-декомпозиції коефіцієнта детермінації (RI) дозволяє кількісно оцінити внесок кожної змінної та їхніх комбінацій у формування синергії $S(t)$ [23].

Часткова інформаційна декомпозиція (*Partial Information Decomposition, PID*) є методологією, що дозволяє розбити сумарну інформацію на унікальні, редундантні (надлишкові) та синергетичні (які виникають лише у комбінації змінних) компоненти, що особливо корисно для інтерпретації інформаційних шляхів взаємодій у стохастичних системах[46].

(6) Проведення експериментів або інтервенцій на найбільш перспективних кандидатах та оцінка ΔS . Рандомізовані контрольовані експерименти визнані «золотим стандартом» для ідентифікації причинно-наслідкових зв'язків. Теоретичні засади, закладені в контексті моделі Рубіна–Неймана (*Rubin–Neuman framework*) та класичних експериментальних дизайнів за Фішером, забезпечують надійні методологічні механізми для коректної оцінки ефектів інтервенцій[36]. Результати експериментів використовуються для оновлення політики розподілу ресурсів на основі емпірично виміряних змін синергії (ΔS) з урахуванням аналізу витрат і вигод (*cost–benefit analysis*).

На основі виявлених кандидатів до інтервенції розробляється експериментальний дизайн у форматі рандомізованого контрольованого дослідження (RCT) або квазіексперименту з використанням відповідних інструментальних змінних та методів. Після реалізації інтервенції вимірюється зміна синергічного ефекту (ΔS), порівнюючи результати з контрольною групою або з показниками до і після втручання, а також провести оцінку статистичної значущості та економічної ефективності отриманих змін.

(7) Оновлення політики розподілу ресурсів (loop). Результати експериментальних досліджень та декомпозиційні аналізи інтегруються у процедури прийняття рішень, зокрема в правила розподілу ресурсів, наприклад, через оптимізацію бюджету на основі моделі маргінального приросту синергії (ΔS) відносно витрат. Даний процес повинен бути ітеративним і циклічним, включаючи послідовні етапи збору нових даних, оновлення аналітичних моделей та проведення подальших інтервенцій для підвищення ефективності управлінських рішень.

У дослідженні синергії у складних системах існує низка суттєвих викликів, які підкреслюються провідними авторами. Окремі автори вказують на модельну чутливість оцінок синергії, відзначаючи, що різні методи, такі як Shapley-внески, *Partial Information Decomposition (PID)* і регресійні інтерактивні терміни, можуть давати різні результати. Автори акцентують на потребі мультипідхідної валідації для підвищення надійності й узгодженості висновків. Ми поділяємо цю позицію, але звертаємо увагу, що вибір метрик також має відповідати специфіці досліджуваної системи та наявним даним, оскільки універсального рішення, здатного задовольнити всі умови, наразі не існує. Водночас, мультипідхідна валідація

повинна бути побудована з урахуванням теоретичних основ кожного методу, щоб уникнути ситуацій, коли результати різних підходів демонструють розбіжності без належного пояснення їхніх причин у межах загальної аналітичної моделі.

Щодо причинності, то у багатьох наукових дослідженнях [16, 36] підкреслюється, що кореляційні зв'язки, навіть якщо вони виражені через складні інтеракції, не гарантують наявності причинної синергії. Тому, автори рекомендують застосовувати рандомізовані контрольовані дослідження (RCT) або A/B тестування для коректного ідентифікування причинно-наслідкових ефектів. Ми погоджуємося з цим, але відзначаємо, що у багатьох прикладних контекстах, особливо у великих соціо-економічних системах, експериментальна ідентифікація може бути складною або неможливою через етичні, технічні чи організаційні обмеження. У таких випадках можна використовувати методи квазіекспериментів та причинно-орієнтовану інференцію, адаптуючи інструменти до реальних умов дослідження.

Іншим важливим аспектом оцінки синергії є висока обчислювальна складність інформаційних розкладів та алгоритмів, особливо у великих системах із багатовимірними даними [31, 39]. Хоча сучасні обчислювальні ресурси значно розвинулися, складність масштабування та обробки великих масивів даних все ще обмежує застосування методів, таких як PID. Подальше вдосконалення алгоритмічних апроксимацій і розробка швидкодійних евристик є ключовою передумовою для інтеграції розглянутих методів у практичні аналітичні системи, зокрема в ті, що працюють у режимі реального часу.

Щодо практичної реалізації, окремі автори використовують концепцію формалізації синергії у вигляді функції, що поєднує методи Shapley, PID та регресійні моделі [22]. Ми підтримуємо таку комплексну архітектуру, яка забезпечує багатовимірний аналіз і гнучкість у виборі метрик, що відповідають специфіці дослідження. Водночас слід зазначити, що для кожної конкретної системи необхідна адаптація архітектури з урахуванням специфіки даних, наявних обчислювальних ресурсів і цільових завдань аналітики.

Завершуючи дискусію, необхідно наголосити на важливості експериментальної валідації та інтеграції отриманих результатів у практичні бізнесові або управлінські процеси. Адже, без такої інтеграції формалізація синергії ризикує залишатися переважно теоретичною моделлю, і її практичне застосування лишатиметься обмеженим.

Зростання складності глобальних виробничих, екологічних та управлінських систем особливої актуальності набувають питання узгодженості, інтегрованості та взаємодії стандартів ISO як інструментів сталого розвитку. Стандарти Міжнародної організації зі стандартизації (ISO), зокрема ISO 9001, ISO 14001, ISO 45001, ISO 22000 та інші, дедалі частіше впроваджуються у вигляді інтегрованих систем менеджменту, що створює передумови для посилення взаємозв'язків між їхніми вимогами та формування синергійного ефекту [18]. Зокрема, стандарти ISO 21500 (управління проектами) та ISO 31000 (управління ризиками) забезпечують уніфіковану платформу для координації та стандартизації взаємодії між різними управлінськими системами, підвищуючи інтеграцій-

ний потенціал High-Level Structure і споріднених концепцій.

Слід зазначити, що, попри широке використання поняття «синергія» у професійній та науковій літературі, у нормативному полі ISO відсутнє його чітке визначення або стандартизована інтерпретація. Це створює ризики формального чи декларативного застосування терміну та ускладнює розроблення інтегрованих систем менеджменту. У контексті стандартів ISO синергія розглядається як емерджентна властивість системи, що проявляється через узгодженість цілей, інтегрованість процесів, сумісність інформаційних потоків і стратегічну взаємодоповнюваність елементів управління.

Результати дослідження показали, що, хоча у деяких стандартах (наприклад, ISO 22300:2021; ISO 56001:2024) термін «*synergy*» використовується в описах співпраці та узгодження систем управління, у базових стандартах серії ISO 9000, ISO 14000, ISO 22000 та ISO 45000 він досі не формалізований. Водночас на практиці спостерігаються прояви синергії, зокрема між стандартами ISO 9001 та ISO 14001, коли уніфікація процесного підходу та підходів до управління ризиками сприяє підвищенню ефективності без збільшення витрат [43].

Зазначені спостереження створюють підґрунтя для обґрунтованої розробки окремого стандарту ISO, призначеного для системної ідентифікації, кількісного оцінювання та ефективного управління синергією, який:

- встановить єдине, термінологічно точне визначення синергії як емерджентної властивості інтегрованих систем менеджменту;
- запропонує методи кількісної та якісної оцінки ефекту синергії;
- визначить вимоги до управління синергією у процесах впровадження інтегрованих систем;
- забезпечить узгодженість з High-Level Structure та суміжними міжнародними концепціями.

Такий стандарт сприятиме підвищенню ефективності, зменшенню дублювання процесів і зміцненню доказової бази для обґрунтування інтеграційних рішень.

Висновки. Проведене дослідження формалізації та кількісного вимірювання синергії як процесу і результату, а також методологічних підходів та інструментальних рішень щодо виявлення, оцінки та управління синергією дозволяє сформулювати наступні висновки та пропозиції:

1. Отримані результати наукового дослідження свідчать про те, що інтеграція синергії як одночасного процесу та результату створює основу для її кількісного вимірювання та цілеспрямованого управління у складних системах. Ефективність такого підходу значною мірою залежить від коректного вибору метрик, оскільки різні методи можуть демонструвати суттєву варіативність у результатах. Необхідність розрізнення кореляційних взаємозв'язків та причинних ефектів вимагає застосування експериментальних або квазіекспериментальних методів для підтвердження причинності. Окремою проблемою лишається висока обчислювальна складність алгоритмів кількісного аналізу синергії, що детермінує виклик щодо масштабованості та практичної реалізації цих підходів у великих системах.

2. Розроблено концептуальну архітектуру моделі для виміру синергії, що формалізує взаємодію компонентів складних систем через функцію $S(t)$ та дозволяє здійснювати її кількісну оцінку та оптимізацію. Інтеграція п'яти взаємопов'язаних шарів створює цілісний інструмент для управління синергічними ефектами. Паралельний модуль «Управління та пояснюваність» гарантує прозорість, інтерпретованість і відповідність стандартам приватності. Запропонований підхід поєднує класичні статистичні методи, сучасні алгоритми машинного навчання та принципи експериментального дизайну, що підвищує відтворюваність результатів і відкриває нові можливості для системної оптимізації в динамічних середовищах.

3. Запропонована методологія формування та вимірювання синергічного ефекту в управлінських системах забезпечує системну інтеграцію кількісних та якісних показників ефективності (КРІ) із стандартизованими шкалами вимірювання. Ключовими етапами є: коректна ідентифікація цільових орієнтирів; збір та обробка повних масивів даних з урахуванням контекстних змінних; побудова базової моделі без

взаємодій як контрфактичної основи; моделювання ефектів взаємодій для обчислення синергії; атрибуція внесків змінних із застосуванням методів Shapley або PID; проведення цільових експериментів для перевірки гіпотез щодо максимізації синергії; ітеративне оновлення політики розподілу ресурсів на основі ΔS та аналізу витрат і вигод. Така рамка забезпечує відтворюваність, валідність та практичну придатність оцінок синергії у динаміці, що робить її застосовною як у державному, так і у корпоративному управлінні.

5. Інтеграція міжнародних стандартів ISO на основі High-Level Structure створює передумови для формування ефекту синергії, що підвищує ефективність управлінських систем без додаткових ресурсних витрат. Однак відсутність уніфікованого визначення терміну «синергія» в нормативному полі ISO обмежує можливість її ідентифікації, вимірювання та управління. Запровадження окремого стандарту, який регламентуватиме поняття, методи оцінки та принципи управління синергією, є важливим кроком для зміцнення інтеграційного потенціалу стандартів, зменшення дублювання процесів і забезпечення доказової бази для сталого розвитку.

ЛІТЕРАТУРА

1. Aas K., Jullum M., Lshland A. Explaining individual predictions when features are dependent: More accurate approximations to Shapley values. *Artificial Intelligence*. 2021. Vol. 298. Art. 103502. <https://doi.org/10.1016/j.artint.2021.103502>
2. Aiken L. S., West S. G. *Multiple regression: Testing and interpreting interactions*. Newbury Park, CA: Sage Publications, 1991. 212 p.
3. Bevrani H., Ghosh A., Ledwich G. *Power system monitoring and control*. Hoboken: Wiley, 2014. 238 p. <https://doi.org/10.1002/9781118852422>
4. Chatfield C. *The Analysis of Time Series: An Introduction, Sixth Edition*. 6th ed. Boca Raton: Chapman and Hall/CRC, 2003. 320 p. <https://doi.org/10.4324/9780203491683>
5. Chou T.-C. Theoretical basis, experimental design, and computerized simulation of synergism and antagonism in drug combination studies. *Pharmacological Reviews*. 2006. Vol. 58, No. 3. P. 621–681. <https://doi.org/10.1124/pr.58.3.10>
6. Cialdini R. B., Goldstein N. J. Social influence: Compliance and conformity. *Annual Review of Psychology*. 2004. Vol. 55. P. 591–621. <https://doi.org/10.1146/annurev.psych.55.090902.142015>
7. Corning P. A. “The synergism hypothesis”: On the concept of synergy and its role in the evolution of complex systems. *Journal of Social and Evolutionary Systems*. 1998. Vol. 21, No. 2. P. 133–172. [https://doi.org/10.1016/S1061-7361\(00\)80003-X](https://doi.org/10.1016/S1061-7361(00)80003-X)
8. Doshi-Velez F., Kim B. *Towards a rigorous science of interpretable machine learning*. 2017. URL: <https://arxiv.org/abs/1702.08608> (дата звернення: 01.11.2025).
9. Feldman E. R., Hernandez E. Synergy in mergers and acquisitions: typology, life cycles, and value. *Academy of Management Review*. 2022. Vol. 47, No. 4. P. 549–578. <https://doi.org/10.5465/amr.2018.0345>
10. Feldman E. R., Hernandez E. Synergy in mergers and acquisitions: Typology, lifecycles, and value. *Journal of Business Strategy*. 2019. Vol. 40, No. 6. P. 28–38.
11. Gelman A., Hill J., Vehtari A. *Regression and Other Stories*. Cambridge: Cambridge University Press, 2020. 544 p. <https://doi.org/10.1017/9781139161879>
12. Goold M., Campbell A. Desperately seeking synergy. *Harvard Business Review*. 1998. Vol. 76, No. 5. P. 131–143. URL: <https://hbr.org/1998/09/desperately-seeking-synergy> (дата звернення: 03.11.2025).
13. Haken H. *Synergetics: Introduction and advanced topics*. Berlin: Springer, 2004. 581 p. <https://doi.org/10.1007/978-3-662-10184-1>
14. VanderWeele T. J., Knol M. J. A tutorial on interaction. *Epidemiologic Methods*. 2024. Vol. 3, No. 1. <https://doi.org/10.1515/em-2013-0005>
15. Heer J., Bostock M., Ogievetsky V. A tour through the visualization zoo. *Communications of the ACM*. 2010. Vol. 53, No. 6. P. 59–67. <https://doi.org/10.1145/1743546.1743567>
16. Hernbn M. A., Robins J. M. *Causal Inference: What If*. Boca Raton: Chapman & Hall/CRC, 2020. 416 p. URL: <https://miguelhernan.org/whatifbook> (дата звернення: 07.11.2025).
17. *Automated machine learning: Methods, systems, challenges* / Eds. by F. Hutter et al. Cham: Springer, 2019. 646 p. <https://doi.org/10.1007/978-3-030-05318-5>
18. International Organization for Standardization. Geneva, Switzerland: ISO. URL: <https://www.iso.org/standards.html> (дата звернення: 27.10.2025).
19. Kitano H. Systems biology: a brief overview. *Science*. 2002. Vol. 295, No. 5560. P. 1662–1664. <https://doi.org/10.1126/science.1069492>
20. Kohavi R., Tang D., Xu Y. *Trustworthy online controlled experiments: A practical guide to A/B testing*. Cambridge: Cambridge University Press, 2020. 338 p. <https://doi.org/10.1017/9781108653985>



21. Loreau M. et al. Biodiversity and ecosystem functioning: current knowledge and future challenges. *Science*. 2001. Vol. 294, No. 5543. P. 804–808. <https://doi.org/10.1126/science.1064088>
22. Lundberg S. M., Erion G., Lee S.-I. *Consistent individualized feature attribution for tree ensembles*. 2020. URL: <https://arxiv.org/abs/1802.03888> (дата звернення: 01.11.2025).
23. Lundberg S. M., Lee S.-I. A Unified Approach to Interpreting Model Predictions. *Proceedings of the 31st International Conference on Neural Information Processing Systems, Long Beach, 4–9 December 2017*. Red Hook, NY: Curran Associates Inc., 2017. P. 4766–4777. <https://doi.org/10.48550/arXiv.1705.07874>
24. Matplotlib Development Team. *Matplotlib: Visualization with Python*. 2023. URL: <https://matplotlib.org/stable/users/index.html> (дата звернення: 19.10.2025).
25. Meyer C. T. et al. Quantifying Drug Combination Synergy along Potency and Efficacy Axes. *Cell Systems*. 2019. Vol. 8, No. 2. P. 97–108.e16. <https://doi.org/10.1016/j.cels.2019.01.003>
26. Meyer C. T. et al. MuSyC: a consensus framework that unifies multi-drug synergy metrics for combinatorial drug discovery. *Nature Communications*. 2021. Vol. 12, No. 1. 4607. <https://doi.org/10.1038/s41467-021-24789-z>
27. Newman M. *Networks*. 2nd edn. Oxford: Oxford University Press, 2018. 792 p. <https://doi.org/10.1093/oso/9780198805090.001.0001>
28. Nowak M. A. *Evolutionary dynamics: exploring the equations of life*. Cambridge, MA: Harvard University Press, 2006. 363 p. <https://doi.org/10.2307/j.ctvjghw98>
29. OECD/European Union/EC-JRC. *Handbook on Constructing Composite Indicators: Methodology and User Guide*. Paris: OECD Publishing, 2008. 162 p. <https://doi.org/10.1787/9789264043466-en>
30. Procaccia A. D., Shah N., Tucker M. L. On the structure of synergies in cooperative games. *Proceedings of the AAAI Conference on Artificial Intelligence*. 2014. <https://doi.org/10.1609/aaai.v28i1.8812>
31. Rocher L., Hendrickx J. M., Montjoye Y.-A. A scaling law to model the effectiveness of identification techniques. *Nat Commun*. 2025. Vol. 16. Art. 347. <https://doi.org/10.1038/s41467-024-55296-6>
32. *The new world of discovery, invention, and innovation: convergence of knowledge, technology, and society* / M. C. Roco, W. S. Bainbridge (Eds.). New York: Springer, 2013. 471 p. <https://doi.org/10.1007/978-1-4614-5982-7>
33. Rodríguez-Pose A. Do institutions matter for regional development? *Regional Studies*. 2013. Vol. 47, No. 7. P. 1034–1047. <https://doi.org/10.1080/00343404.2012.748978>
34. Rosas F. E. et al. Quantifying high-order interdependencies via multivariate extensions of the mutual information. *Physical Review E*. 2019. Vol. 100, No. 3. Art. 032305. <https://doi.org/10.1103/PhysRevE.100.032305>
35. Rothman K. J. The estimation of synergy or antagonism. *American Journal of Epidemiology*. 1976. Vol. 103, No. 5. P. 506–511. <https://doi.org/10.1093/oxfordjournals.aje.a112252>
36. Rubin D. B. Estimating causal effects of treatments in randomized and nonrandomized studies. *Journal of Educational Psychology*. 1974. Vol. 66, No. 5. P. 688–701. <https://doi.org/10.1037/h0037350>
37. Schmidt P. et al. Visualizing economic flows in mergers and acquisitions with Sankey diagrams. *Journal of Business Research*. 2017. Vol. 75. P. 101–110.
38. Shmueli G. et al. *Data mining for business analytics: Concepts, techniques, and applications in Python*. 2nd ed. Hoboken: Wiley, 2021. 720 p. URL: <https://www.wiley.com/> (дата звернення: 17.10.2025).
39. Shwartz-Ziv R., Tishby N. *Opening the black box of deep neural networks via information*. 2017. <https://doi.org/10.48550/arXiv.1703.00810>
40. Sutton R. S., Barto A. G. *Reinforcement learning: An introduction*. 2nd ed. Cambridge, MA: MIT Press, 2018. 552 p.
41. Timme N. et al. *On the structure of synergies in cooperative games*. University of Toronto. 2014. URL: https://www.cs.toronto.edu/~nisarg/papers/synergies.aaai14.pdf?utm_source=chatgpt.com (дата звернення: 15.10.2025).
42. Varley T. F. A scalable synergy-first backbone decomposition of higher-order structures in complex systems. *npj Complexity*. 2024. Vol. 1. P. 1–11. <https://doi.org/10.1038/s44260-024-00011-1>
43. Whitelaw P. A. Integrating quality and environmental management systems: Synergy and challenges. *Journal of Cleaner Production*. 2020. Vol. 258. 120651. <https://doi.org/10.1016/j.jclepro.2020.120651>
44. Wickham H. *ggplot2: Elegant graphics for data analysis*. New York: Springer-Verlag New York, 2016. 260 p.
45. Wilkinson L., Friendly M. The history of the cluster heat map. *The American Statistician*. 2009. Vol. 63, No. 2. P. 179–184. <https://doi.org/10.1198/tas.2009.0033>
46. Williams P. L., Beer R. D. *Nonnegative decomposition of multivariate information*. 2010. URL: <https://arxiv.org/abs/1004.2515> (дата звернення: 18.10.2025).
47. Wooten D. J. et al. MuSyC is a consensus framework that unifies multi-drug synergy metrics for combinatorial drug discovery. *Nat Commun*. 2021. Vol. 12. 4607. <https://doi.org/10.1038/s41467-021-24789-z>

Надійшла до редакції 29.09.2025 р.

Прийнята до друку 03.11.2025 р.

REFERENCES

- Aas, K., Jullum, M., & Luland, A. (2021). Explaining individual predictions when features are dependent: More accurate approximations to Shapley values. *Artificial Intelligence*, 298, 103502. <https://doi.org/10.1016/j.artint.2021.103502>
- Aiken, L. S., & West, S. G. (1991). *Multiple regression: Testing and interpreting interactions*. Newbury Park, CA: Sage Publications.
- Bevrani, H., Ghosh, A., & Ledwich, G. (2014). *Power system monitoring and control*. Wiley. <https://doi.org/10.1002/9781118852422>
- Chatfield, C. (2003). *The Analysis of Time Series: An Introduction*, Sixth Edition (6th ed.). Chapman and Hall/CRC. <https://doi.org/10.4324/9780203491683>
- Chou, T.-C. (2006). Theoretical basis, experimental design, and computerized simulation of synergism and antagonism in drug combination studies. *Pharmacological Reviews*, 58(3), 621–681. <https://doi.org/10.1124/pr.58.3.10>

6. Cialdini, R. B., & Goldstein, N. J. (2004). Social influence: Compliance and conformity. *Annual Review of Psychology*, 55, 591-621. <https://doi.org/10.1146/annurev.psych.55.090902.142015>
7. Corning, P. A. (1998). "The synergism hypothesis": On the concept of synergy and its role in the evolution of complex systems. *Journal of Social and Evolutionary Systems*, 21(2), 133-172. [https://doi.org/10.1016/S1061-7361\(00\)80003-X](https://doi.org/10.1016/S1061-7361(00)80003-X)
8. Doshi-Velez, F., & Kim, B. (2017). *Towards a rigorous science of interpretable machine learning*. <https://arxiv.org/abs/1702.08608>
9. Feldman, E. R., & Hernandez, E. (2022). Synergy in mergers and acquisitions: Typology, life cycles, and value. *Academy of Management Review*, 47(4), 549-578. <https://doi.org/10.5465/amr.2018.0345>
10. Feldman, E. R., & Hernandez, E. (2019). Synergy in mergers and acquisitions: Typology, lifecycles, and value. *Journal of Business Strategy*, 40(6), 28-38.
11. Gelman, A., Hill, J., & Vehtari, A. (2020). *Regression and Other Stories*. Cambridge: Cambridge University Press. <https://doi.org/10.1017/9781139161879>
12. Goold, M., & Campbell, A. (1998). Desperately seeking synergy. *Harvard Business Review*, 76(5), 131-143. <https://hbr.org/1998/09/desperately-seeking-synergy>
13. Haken, H. (2004). *Synergetics: Introduction and advanced topics*. Springer. <https://doi.org/10.1007/978-3-662-10184-1>
14. VanderWeele, T. J., & Knol, M. J. (2024). A tutorial on interaction. *Epidemiologic Methods*, 3(1), <https://doi.org/10.1515/em-2013-0005>
15. Heer, J., Bostock, M., & Ogievetsky, V. (2010). A tour through the visualization zoo. *Communications of the ACM*, 53(6), 59-67. <https://doi.org/10.1145/1743546.1743567>
16. Hernón, M. A., & Robins, J. M. (2020). *Causal Inference: What If*. Chapman & Hall/CRC. <https://miguelhernan.org/whatifbook>
17. Hutter, F., Kotthoff, L., & Vanschoren, J. (Eds.). (2019). *Automated machine learning: Methods, systems, challenges*. Springer. <https://doi.org/10.1007/978-3-030-05318-5>
18. International Organization for Standardization (n.d.). Geneva, Switzerland: ISO. <https://www.iso.org/standards.html>
19. Kitano, H. (2002). Systems biology: a brief overview. *Science*, 295(5560), 1662-1664. <https://doi.org/10.1126/science.1069492>
20. Kohavi, R., Tang, D., & Xu, Y. (2020). *Trustworthy online controlled experiments: A practical guide to A/B testing*. Cambridge University Press. <https://doi.org/10.1017/9781108653985>
21. Loreau, M., et al. (2001). Biodiversity and ecosystem functioning: current knowledge and future challenges. *Science*, 294(5543), 804-808. <https://doi.org/10.1126/science.1064088>
22. Lundberg, S. M., Erion, G., & Lee, S.-I. (2020). Consistent individualized feature attribution for tree ensembles. arXiv preprint arXiv:1802.03888.
23. Lundberg, S. M. & Lee, S.-I. (2017). A Unified Approach to Interpreting Model Predictions. *Proceedings of the 31st International Conference on Neural Information Processing Systems*, Long Beach, 4-9 December 2017, 4766-4777. <https://doi.org/10.48550/arXiv.1705.07874>
24. Matplotlib Development Team. (2023). *Matplotlib: Visualization with Python*. <https://matplotlib.org/stable/users/index.html>
25. Meyer, C.T., Wooten, D.J., Paudel, B.B., Bauer, J., Hardeman, K.N., Westover, D., Lovly, C.M., Harris, L.A., Tyson, D.R., & Quaranta, V. (2019). Quantifying Drug Combination Synergy along Potency and Efficacy Axes. *Cell Syst.*, 8(2), 97-108.e16. <https://doi.org/10.1016/j.cels.2019.01.003>
26. Meyer, C. T., Wooten, D. J., Paudel, B. B., Bauer, J. A., Gibbons, F. D., & Heiser, L. M. (2021). MuSyC: a consensus framework that unifies multi-drug synergy metrics for combinatorial drug discovery. *Nature Communications*, 12(1), 4607. <https://doi.org/10.1038/s41467-021-24789-z>
27. Newman, M. (2018). *Networks*, 2nd edn. Oxford. <https://doi.org/10.1093/oso/9780198805090.001.0001>
28. Nowak, M. A. (2006). *Evolutionary dynamics: exploring the equations of life*. Harvard University Press. <https://doi.org/10.2307/j.ctvjghw98>
29. OECD/European Union/EC-JRC (2008). *Handbook on Constructing Composite Indicators: Methodology and User Guide*, OECD Publishing, Paris, <https://doi.org/10.1787/9789264043466-en>.
30. Procaccia, A. D., Shah, N., & Tucker, M. L. (2014). On the structure of synergies in cooperative games. *Proceedings of the AAAI Conference on Artificial Intelligence*. <https://doi.org/10.1609/aaai.v28i1.8812>
31. Rocher, L., Hendrickx, J. M. & Montjoye, Y.-A. (2025). A scaling law to model the effectiveness of identification techniques. *Nat Commun*, 16, 347. <https://doi.org/10.1038/s41467-024-55296-6>
32. Roco, M. C., & Bainbridge, W. S. (Eds.). (2013). *The new world of discovery, invention, and innovation: convergence of knowledge, technology, and society*. Springer. <https://doi.org/10.1007/978-1-4614-5982-7>
33. Rodríguez-Pose, A. (2013). Do institutions matter for regional development? *Regional Studies*, 47(7), 1034-1047. <https://doi.org/10.1080/00343404.2012.748978>
34. Rosas, F. E., Mediano, P. A. M., Gastpar, M., & Jensen, H. J. (2019). Quantifying high-order interdependencies via multivariate extensions of the mutual information. *Physical Review E*, 100(3), 032305. <https://doi.org/10.1103/PhysRevE.100.032305>
35. Rothman, K. J. (1976, May). The estimation of synergy or antagonism. *American Journal of Epidemiology*, 103(5), 506-511. <https://doi.org/10.1093/oxfordjournals.aje.a112252>
36. Rubin, D. B. (1974). Estimating causal effects of treatments in randomized and nonrandomized studies. *Journal of Educational Psychology*, 66(5), 688-701. <https://doi.org/10.1037/h0037350>
37. Schmidt, P., et al. (2017). Visualizing economic flows in mergers and acquisitions with Sankey diagrams. *Journal of Business Research*, 75, 101-110.

38. Shmueli, G., Bruce, P. C., Gedeck, P., & Patel, N. R. (2021). *Data mining for business analytics: Concepts, techniques, and applications in Python*. Wiley. <https://www.wiley.com/>
39. Shwartz-Ziv, R., & Tishby, N. (2017). Opening the black box of deep neural networks via information. <https://doi.org/10.48550/arXiv.1703.00810>
40. Sutton, R. S., & Barto, A. G. (2018). *Reinforcement learning: An introduction* (2nd ed.). MIT Press.
41. Timme, N., Alford, W., Flecker, B., & Beggs, J. M. (2014). *On the structure of synergies in cooperative games* (PDF). University of Toronto. https://www.cs.toronto.edu/~nisarg/papers/synergies.aaai14.pdf?utm_source=chatgpt.com
42. Varley, T. F. (2024). A scalable synergy-first backbone decomposition of higher-order structures in complex systems. *npj Complexity*, 1, 1–11. <https://doi.org/10.1038/s44260-024-00011-1>
43. Whitelaw, P. A. (2020). Integrating quality and environmental management systems: Synergy and challenges. *Journal of Cleaner Production*, 258, 120651. <https://doi.org/10.1016/j.jclepro.2020.120651>
44. Wickham, H. (2016). *ggplot2: Elegant graphics for data analysis*. Springer-Verlag New York.
45. Wilkinson, L., & Friendly, M. (2009). The history of the cluster heat map. *The American Statistician*, 63(2), 179–184. <https://doi.org/10.1198/tas.2009.0033>
46. Williams, P. L., & Beer, R. D. (2010). Nonnegative decomposition of multivariate information. *arXiv preprint arXiv:1004.2515*. <https://arxiv.org/abs/1004.2515>
47. Wooten, D.J., Meyer, C.T., Lubbock, A.L.R. et al. (2021). MuSyC is a consensus framework that unifies multi-drug synergy metrics for combinatorial drug discovery. *Nat Commun*, 12, 4607. <https://doi.org/10.1038/s41467-021-24789-z>

Received: 29.09.2025

Accepted: 03.11.2025

Розуменко В. Д., Островецьки В. І. Формалізація та кількісне вимірювання синергії як процесу і результату: методологічний підхід та інструментальні рішення

У статті представлено комплексний підхід до формалізації синергії як процесу та результату, що забезпечує її функціоналізацію, оцифрування та керуваність у складних системах. Наукова новизна полягає у розробці математичної моделі синергії, яка інтегрує кількісні та якісні метрики, зокрема методи Shapley та Partial Information Decomposition, а також варіант архітектури прототипу інформаційного інструмента для збору даних, обчислення синергії та підтримки експериментального циклу управління. Запропонований мультипідхід підвищує точність вимірювання та дозволяє ефективно управляти синергічними ефектами, що має важливе практичне значення у різних сферах, включаючи економіку, біологію, технології та соціальні науки. Обґрунтовано необхідність розроблення окремого стандарту ISO для уніфікації термінології, методів оцінки та принципів управління синергією, що виникає в результаті інтеграції управлінських систем на основі High-Level Structure, з метою підвищення їх ефективності, зменшення дублювання процесів та забезпечення доказової бази для забезпечення сталого розвитку.

Ключові слова: синергія, формалізація, кількісне вимірювання, Shapley, Partial Information Decomposition, управління ресурсами, складні системи, експериментальна валідація, мультипідхід

Rozumenko V. D., Ostrovetsky V. I. Formalization and quantitative measurement of synergy as a process and result: methodological approach and instrumental solutions

The article presents a comprehensive approach to the formalization of synergy as both a process and a result, enabling its functionalization, digitization, and manageability in complex systems. The scientific novelty lies in the development of a mathematical model of synergy that integrates quantitative and qualitative metrics, including Shapley methods and Partial Information Decomposition, as well as a prototype architecture of an information tool for data collection, synergy computation, and support of the experimental management cycle. The proposed multi-approach increases measurement accuracy and enables effective management of synergistic effects, which has significant practical relevance in various fields, including economics, biology, technology, and social sciences. The necessity of developing a dedicated ISO standard is substantiated, aimed at unifying terminology, assessment methods, and synergy management principles arising from the integration of management systems based on the High-Level Structure, with the goal of improving efficiency, reducing process duplication, and providing an evidence base to support sustainable development.

Keywords: synergy, formalization, quantitative measurement, Shapley, Partial Information Decomposition, resource management, complex systems, experimental validation, multi-approach

Формат цитування:

Розуменко В. Д., Островецьки В. І. Формалізація та кількісне вимірювання синергії як процесу і результату: методологічний підхід та інструментальні рішення. *Вісник економічної науки України*. 2025. № 2 (49). С. 120-130. [https://doi.org/10.37405/1729-7206.2025.2\(49\).120-130](https://doi.org/10.37405/1729-7206.2025.2(49).120-130)

Rozumenko, V. D., & Ostrovetsky, V. I. (2025). Formalization and quantitative measurement of synergy as a process and result: methodological approach and instrumental solutions. *Visnyk ekonomichnoi nauky Ukrainy*, 2(49), 120-130. [https://doi.org/10.37405/1729-7206.2025.2\(49\).120-130](https://doi.org/10.37405/1729-7206.2025.2(49).120-130)